

# CHAPITRE 6

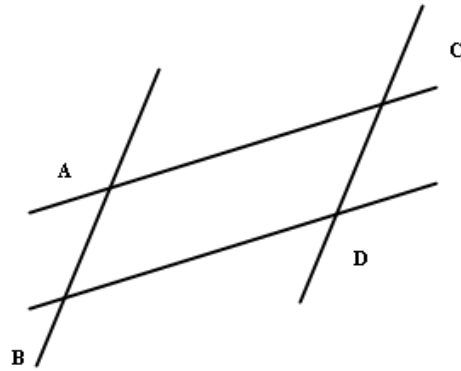
## Le parallélogramme

### I - Définition et propriétés :

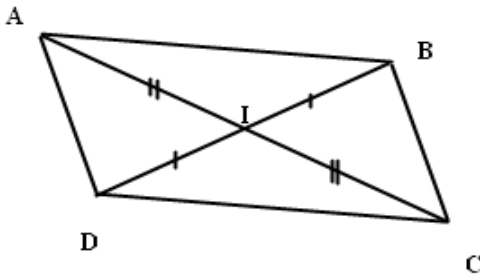
**Définition :** Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles.

ABDC est un parallélogramme

$(AC) \parallel (BD)$  et  $(AB) \parallel (CD)$



**Propriété :** Le point d'intersection des diagonales est **centre de symétrie** du parallélogramme.

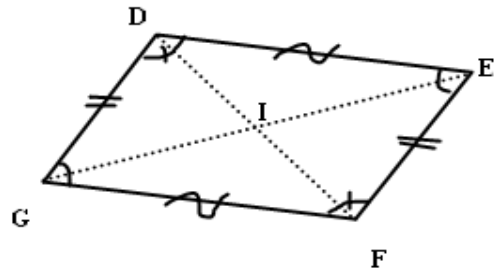


D est le symétrique B par rapport à I.

C est le symétrique A par rapport à I.

**Conséquence :** les côtés opposés sont égaux (*segments symétriques*), les angles opposés sont égaux (*angles symétriques*) et les diagonales ont le même milieu.

$$\begin{aligned} \widehat{GDE} &= \widehat{EFG} \\ \widehat{FED} &= \widehat{DGF} \\ DE &= GF \quad \text{et} \quad DG = EF \\ I &\text{ est le milieu de } [EG] \\ I &\text{ est le milieu de } [DF] \end{aligned}$$



- Définitions :**
- Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses **côtés opposés égaux**.
  - Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses **diagonales qui se coupent en leur milieu**.
  - Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses **angles opposés égaux**.

## II - La démonstration :

Comment démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme ?

**Propriétés :** 1°) Si un quadrilatère a ses **côtés opposés parallèles**, alors c'est un parallélogramme.  
2°) Si un quadrilatère non croisé a ses **côtés opposés égaux**, alors c'est un parallélogramme.  
3°) Si un quadrilatère a ses **diagonales qui se coupent en leur milieu**, alors c'est un parallélogramme.  
4°) Si un quadrilatère non croisé a ses **angles opposés égaux**, alors c'est un parallélogramme.

Comment démontrer que deux droites sont parallèles ?

**Propriété :** Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses **côtés opposés sont parallèles**.

(réciproque de 1°)

Comment démontrer que deux segments sont égaux ? Comment trouver la longueur d'un segment ?

**Propriété :** Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses **côtés opposés sont égaux**.

(réciproque de 2°)

>> exemple 1

Comment démontrer qu'un point est milieu d'un segment ?

**Propriété :** Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses **diagonales se coupent en leur milieu**.

(réciproque de 3°)

>> exemple 2

Comment démontrer que deux angles sont égaux ? Comment trouver la mesure d'un angle ?

**Propriété :** Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses **angles opposés sont égaux**.

(réciproque de 4°)

>> exemple 3

**Conséquence :** Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors la **somme de deux angles consécutifs est égale à 180°**.

>> exemple 4

## III - Construction d'un parallélogramme :

**METHODE 1 :** Savoir compléter un parallélogramme **quand il manque un sommet :**

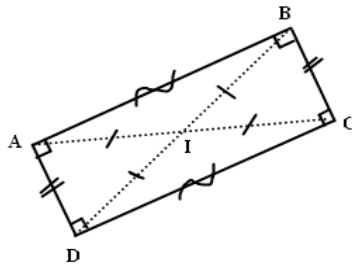
→ *construction au compas en reportant les longueurs des côtés opposés égaux.*

**METHODE 2 :** Savoir construire un parallélogramme **quand on a les longueurs de deux de ses côtés consécutifs et d'une diagonale :**

→ *faire un schéma à main levée pour repérer les données et le codage, puis construire un triangle avec règle et compas et compléter grâce à la METHODE 1.*

# IV - Cas particuliers :

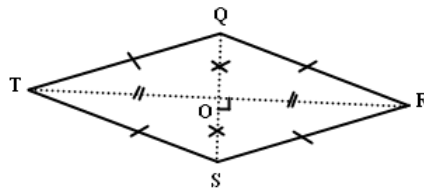
## 1) Le rectangle :



**Propriété :** Si un **parallélogramme** a **deux côtés consécutifs perpendiculaires**, alors c'est un rectangle.

**Propriété :** Si un **parallélogramme** a ses **diagonales de même longueur**, alors c'est un rectangle.

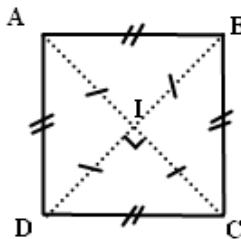
## 2) Le losange :



**Propriété :** Si un **parallélogramme** a **deux côtés consécutifs égaux**, alors c'est un losange.

**Propriété :** Si un **parallélogramme** a ses **diagonales perpendiculaires**, alors c'est un losange.

## 3) Le carré :



**Propriété :** Si un **rectangle** a **deux côtés consécutifs égaux**, alors c'est un carré.

**Propriété :** Si un **rectangle** a des **diagonales perpendiculaires**, alors c'est un carré.

**Propriété :** Si un **losange** a **deux côtés consécutifs perpendiculaires**, alors c'est un carré.

**Propriété :** Si un **losange** a des **diagonales de même longueur**, alors c'est un carré.

## 4) Bilan :

