

# CHAPITRE 4

## Symétrie centrale

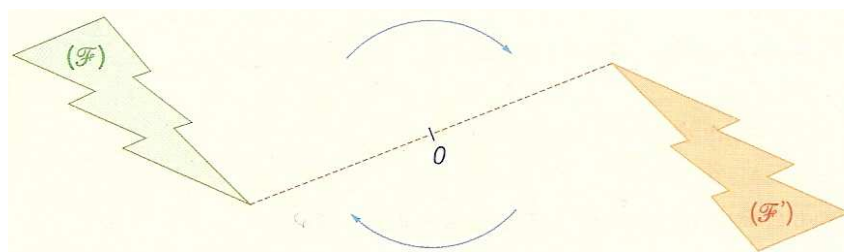
### I – Figures symétriques :

#### Définition :

Deux figures sont **symétriques par rapport à un point** si elles sont superposables par **demi-tour** autour de ce point.

Ce point est appelé le **centre de la symétrie**.

Exemple :

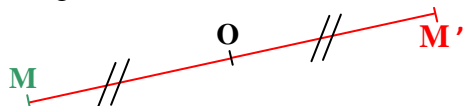


Les figures ( $\mathcal{F}$ ) et ( $\mathcal{F}'$ ) sont symétriques par rapport au point O, donc le point O est le **centre de la symétrie**.

### II – Symétrique d'un point :

#### 1) Définition :

Le **symétrique d'un point M par rapport à un point O** est le point M' tel que le point O est le milieu du segment [MM'].



Remarque : Dans la symétrie de centre O, le symétrique du point O est lui-même.

#### 2) Construction du symétrique d'un point :

Pour construire le symétrique M' d'un point M par rapport à un point O :

<b>1<sup>ère</sup> étape</b> : On trace la demi-droite [MO).	<b>2<sup>ème</sup> étape</b> : On reporte à partir du point O la longueur MO.	<b>3<sup>ème</sup> étape</b> : L'arc de cercle tracé coupe la demi-droite [MO) en M'.

### III – Propriétés de la symétrie centrale :

#### 1) Symétrique d'une figure :

**Propriété :**

Le symétrique d'une figure par rapport à un point est une figure qui lui est **superposable**. Ces deux figures ont donc la **même forme** et les **mêmes mesures**.

#### 2) Symétrique d'une droite :

- La **symétrie centrale conserve l'alignement des points**.
- Le symétrique d'une **droite** par rapport à un point est une **droite qui lui est parallèle**.
- Le symétrique d'une **demi-droite** par rapport à un point est une **demi-droite qui lui est parallèle et de sens contraire**.

**Méthode :** Pour tracer le symétrique d'une droite il faut tracer les symétriques de deux de ses points.

#### 3) Symétrique d'un segment :

- Le symétrique d'un **segment** par rapport à un point est un **segment de même longueur** qui lui est **parallèle**.
- La **symétrie centrale conserve les longueurs**.

**Méthode :** Pour tracer le symétrique d'un segment il faut tracer les symétriques des extrémités.

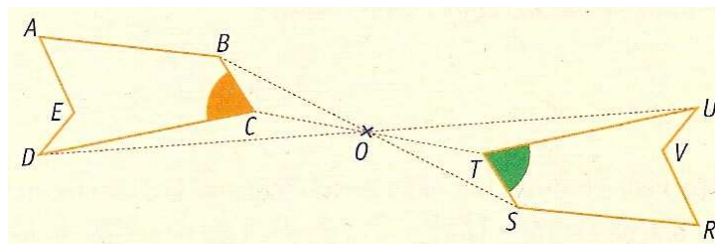
#### 4) Symétrique d'un cercle :

Le symétrique d'un **cercle** par rapport à un point est un **cercle de même rayon**. Les centres de ces cercles sont symétriques par rapport à ce point.

**Méthode :** Pour tracer le symétrique d'un cercle il faut tracer le symétrique du centre et garder le même rayon.

#### 5) Symétrique d'un polygone :

On considère la symétrie de centre  $O$ .



Le symétrique du polygone  $ABCDE$  est le polygone  $RSTUV$ ; donc **leurs périmètres et leurs aires sont égaux**. Les angles  $\widehat{BCD}$  et  $\widehat{STU}$  sont symétriques, donc  $\widehat{BCD} = \widehat{STU}$ .

**Conclusion :**

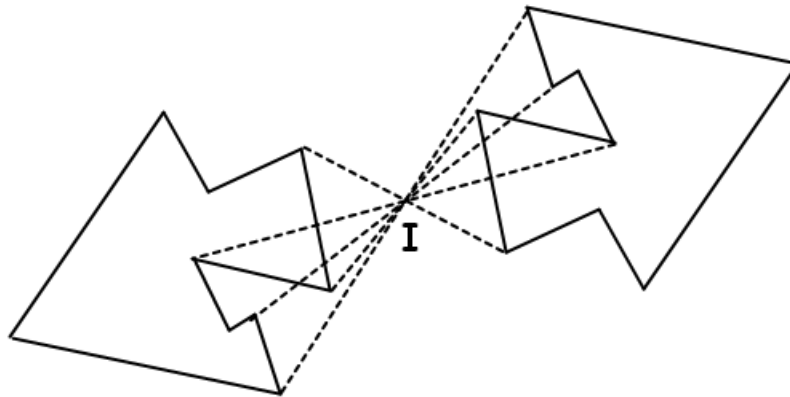
- Le symétrique d'un **polygone** par rapport à un point est un **polygone superposable**.
- La **symétrie centrale conserve les mesures des angles, les périmètres et les aires**.

## IV – Centre de symétrie :

### 1) Centre de symétrie de deux figures :

#### Définition :

Le **centre de symétrie** d'une symétrie centrale est le milieu de tous les segments (*pointillés*) rejoignant deux points symétriques sur chacune des figures.



#### Propriété :

Le seul point qui est **invariant** dans une symétrie centrale est le centre de symétrie.

*Remarque :* La figure symétrique semble « à l'envers » : elle a fait un **demi-tour**.

### 2) Centre de symétrie d'une figure :

#### Définition :

Lorsque le symétrique d'une figure par rapport à un point est elle-même, on dit que ce point est un **centre de symétrie** de la figure.

Ce point est le **seul** qui laisse la figure invariante par symétrie par rapport à lui-même.

*Exemples :*

