

# CHAPITRE 8

## FONCTION LINEAIRE ET POURCENTAGES

### I – Fonction linéaire :

#### 1) Définition :

$a$  est un nombre relatif donné.

#### Définition :

Une **fonction linéaire** de coefficient  $a$  est la fonction qui, à un nombre, associe le produit de ce nombre par  $a$ . On note  $f: x \mapsto ax$  ou  $f(x) = ax$ .

Remarque : Si  $f$  est une fonction linéaire de coefficient  $a$ , alors on a :  $f(0) = 0$  et  $f(1) = a$ .

Propriété :  $f$  est une fonction linéaire de coefficient  $a$ , avec  $a \neq 0$ .

Par cette fonction linéaire, tout nombre admet une unique image et un unique antécédent.

#### 2) Fonction linéaire et proportionnalité :

#### Propriété :

La fonction qui modélise une **situation de proportionnalité** est une **fonction linéaire**.  
Son coefficient est le coefficient de proportionnalité.

### II – Propriétés des fonctions linéaires :

Propriété 1 :  $f$  est une fonction linéaire ;  $x_1$  et  $x_2$  désignent des nombres.

Par une fonction linéaire, l'image d'une somme est égale à la somme des images.

On a :  $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ .

Propriété 2 :  $f$  est une fonction linéaire ;  $x$  désigne un nombre et  $k$  désigne un nombre donné.

On a :  $f(kx) = kf(x)$ .

### III – Représentation graphique :

#### 1) Propriété :

La **représentation graphique d'une fonction linéaire** de coefficient  $a$  dans un repère est une droite  $(d)$  qui passe par l'origine du repère.

Le nombre  $a$  est appelé le **coefficient directeur** de la droite  $(d)$ .

#### 2) Interprétation du coefficient directeur d'une droite :

##### **Cas $a > 0$**

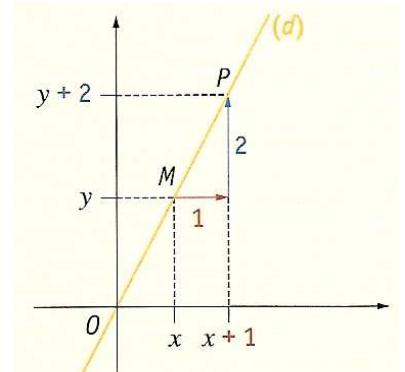
On considère  $f : x \mapsto 2x$ .

La droite  $(d)$  est sa représentation graphique.

**2** est le coefficient directeur de la droite  $(d)$ .

$M$  est un point quelconque de la droite  $(d)$ .

Si on **augmente de 1** son abscisse et si on **augmente de 2** son ordonnée, on obtient les coordonnées d'un nouveau point  $P$  de la droite.



##### **Cas $a < 0$**

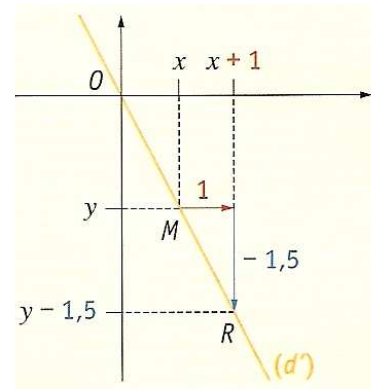
On considère  $g : x \mapsto -1,5x$ .

La droite  $(d')$  est sa représentation graphique.

**-1,5** est le coefficient directeur de la droite  $(d')$ .

$M$  est un point quelconque de la droite  $(d)$ .

Si on **augmente de 1** son abscisse et si on **diminue de 1,5** son ordonnée, on obtient les coordonnées d'un point  $R$  de la droite.



### IV – Evolution en pourcentages :

$p$  est un nombre compris entre 0 et 100.

**Augmenter** un nombre positif de  $p$  % revient à multiplier ce nombre par  $1 + \frac{p}{100}$ .

Une augmentation de  $p$  % est modélisée par la fonction linéaire  $f : x \mapsto \left(1 + \frac{p}{100}\right)x$ .

**Diminuer** un nombre positif de  $p$  % revient à multiplier ce nombre par  $1 - \frac{p}{100}$ .

Une diminution de  $p$  % est modélisée par la fonction linéaire  $g : x \mapsto \left(1 - \frac{p}{100}\right)x$ .