

# CHAPITRE 5

## ARITHMETIQUE

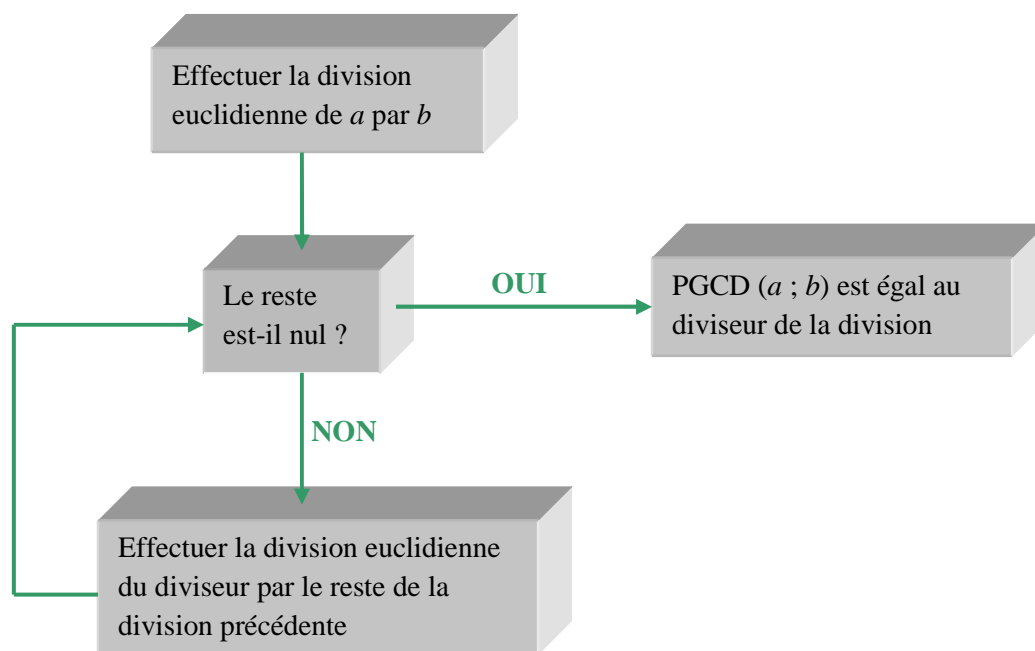
### I – PGCD et algorithme d’Euclide :

$a$  et  $b$  désignent deux nombres entiers naturels.

#### Définition :

Dans l’ensemble des diviseurs communs à  $a$  et  $b$ , le plus grand élément est appelé le **plus grand diviseur commun à  $a$  et  $b$** , et on le note **PGCD ( $a ; b$ )**.

**Algorithme d’Euclide :** Pour déterminer le PGCD à  $a$  et  $b$ , on peut appliquer l’algorithme décrit par l’organigramme suivant :



#### Conséquence :

Le plus grand diviseur commun est le **diviseur** de la division euclidienne dont le **reste est nul**.

### II – Nombres premiers entre eux et fraction irréductible :

#### 1) Nombres premiers entre eux :

#### Définition :

On dit que deux nombres entiers  $a$  et  $b$  sont **premiers entre eux** lorsque **PGCD ( $a ; b$ ) = 1**.

## 2) Fraction irréductible :

### Définition :

On dit qu'une fraction est **irréductible** lorsque son numérateur et son dénominateur sont deux nombres premiers entre eux.

### Propriété :

Lorsque l'on simplifie une fraction par le PGCD de son numérateur et de son dénominateur, la fraction obtenue est irréductible.

## III – Les différents ensembles de nombres :

- L'ensemble des **entiers naturels** (noté  $\mathbb{N}$ ) est constitué des éléments :  $0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots$

- L'ensemble des **entiers relatifs** (noté  $\mathbb{Z}$ ) est constitué des éléments :  $\dots ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; \dots$

**Propriété :** Tout entier naturel est aussi un entier relatif.

- L'ensemble des **décimaux** (noté  $\mathbb{D}$ ) est constitué des nombres qui peuvent être écrits **sous la forme**  $a \times 10^n$ , où  $a$  et  $n$  désignent des entiers relatifs.

**Propriété :** Tout entier relatif est aussi un nombre décimal.

- L'ensemble des **rationnels** (noté  $\mathbb{Q}$ ) est constitué des nombres qui peuvent être écrits **sous**

**la forme**  $\frac{a}{b}$ , où  $a$  désigne un entier relatif et  $b$  un entier relatif non nul.

**Propriété :** Tout nombre décimal est aussi un nombre rationnel.

### CONCLUSION :

**L'ensemble des entiers naturels  $\mathbb{N}$  est contenu dans l'ensemble des entiers relatifs  $\mathbb{Z}$ , qui est contenu dans l'ensemble des décimaux  $\mathbb{D}$ , lui-même contenu dans l'ensemble des rationnels  $\mathbb{Q}$ .**